

Chimica       Elettrica       Meccanica       Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

**Esercizio 1.** Sia:  $f(x) = e^{\frac{4}{x}} - 4e^{\frac{2}{x}} + 4$ .

- (i) [2 pt.] Determinare l'insieme di definizione  $I$  di  $f$  e i limiti di  $f$  agli estremi di  $I$ ;
- (ii) [2 pt.] studiare il segno e trovare gli zeri di  $f$ ;
- (iii) [2 pt.] studiare la monotonia di  $f$ ;
- (iv) [2 pt.] sia  $A = \{f(x) : x \in I \cap (0, +\infty)\}$ ; determinare  $\sup A$ ,  $\max A$ ,  $\inf A$ ,  $\min A$ ;
- (v) [2 pt.] tracciare il grafico qualitativo di  $f$ .

Chimica       Elettrica       Meccanica       Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

**Esercizio 2.** Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = x^2\sqrt{1-x} + k \sin(x^2) + h$$

- (i) [2 pt.] Per quali  $h, k \in \mathbb{R}$  la funzione risulta infinitesima per  $x \rightarrow 0+$ ?
- (ii) [4 pt.] Per tali valori si determini l'ordine di infinitesimo di  $f$ .
- (iii) [4 pt.] Sia  $k = 0$ . Determinare per quali  $h \in \mathbb{R}$  la funzione risulta infinitesima per  $x \rightarrow -3+$  e in tali casi calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow -3+} \frac{f(x)}{(x^2 - 9) \ln(x + 4)}$$

Chimica       Elettrica       Meccanica       Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

**Esercizio 3.** Sia

$$g(x) = \begin{cases} \log\left(1 + \frac{4x}{x^2+1}\right) & \text{se } x \geq 0 \\ \tan\left(\frac{\pi}{4}[5 - 2e^x]\right) & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

- (i) [3 pt.] Determinare l'immagine di  $g$ .
- (ii) [4 pt.] Sia  $h$  la restrizione di  $g$  all'intervallo  $I = (-\log 2, 1]$ . Determinare se  $h$  è invertibile e, in caso affermativo, calcolare l'inversa  $h^{-1}$ , precisandone il dominio.
- (iii) [3 pt.] Calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{g(-x) + 1}{x^a}$  al variare di  $a > 0$ .