

Analisi Matematica I

appello 5 settembre 2006 a.a.2005-06

Cognome.....Nome.....

Ogni risposta va adeguatamente motivata

Esercizio 1 Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

1. Tracciare il grafico della funzione, determinando, in particolare, dominio, insieme di continuità e insieme di derivabilità.
2. Stabilire se la funzione è invertibile nel suo dominio.

Esercizio 2 Si consideri la funzione

$$f(x) = x^2 + x - \ln(1 + x).$$

1. Calcolare l'ordine di infinitesimo della funzione per $x \rightarrow 0 +$.
2. Calcolare:

$$\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{f(x)}{x - x \cos x}.$$

Esercizio 3 Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = x \sin x \quad x \geq 0$$

e

$$f(x) = \frac{1 - \cos x}{x^2} + k \quad x < 0$$

1. Per quali $k \in \mathbb{R}$ la funzione è limitata in $[-1; 1]$?
2. Per quali $k \in \mathbb{R}$ la funzione è continua in $[-1; 1]$?
3. Per quali $k \in \mathbb{R}$ la funzione è integrabile in $[-1; 1]$?
4. Calcolare se esiste il seguente integrale:

$$\int_0^\pi f(x) dx.$$