

Analisi Matematica I  
Esame scritto – 23 giugno 2009

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_

**N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.**

**Esercizio 1.** Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = x - \sqrt{x^2 + 1}$$

1. Tracciare il grafico della funzione specificando in particolare: dominio, limiti agli estremi del dominio, intervalli di monotonia, intervalli di convessità.
2. Stabilire se la funzione é invertibile e in tal caso trovare un'espressione analitica esplicita della funzione inversa specificandone il dominio.

Analisi Matematica I  
Esame scritto – 23 giugno 2009

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_

**Esercizio 2.** Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = x \ln(x^2 + 1)$$

Trovare, se esiste, la funzione  $F$ , primitiva di  $f$ , tale che  $F(0) = 2$ .

Analisi Matematica I  
Esame scritto – 23 giugno 2009

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_

**Esercizio 3.** Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  derivabile con continuità 3 volte in tutto il dominio tale che:

$$f(0) = 1$$

$$f'(0) = 2$$

$$f''(0) = -2$$

$$|f'''(x)| \leq 1 \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}.$$

a) Tracciare il grafico locale di  $f$  in un intorno di  $x_0 = 0$

b) Trovare un intorno di  $x_0 = 0$  e un polinomio di secondo grado che approssimi in quell' intorno la funzione  $f$  a meno di  $10^{-3}$