

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_

**N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.**

**Esercizio 1.** Si consideri la seguente funzione.

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{x + y^2} - \sqrt{x^2 + y}}{x^2 + y^2}$$

- a) Determinare e tracciare il dominio di  $f$ .
- b) Tracciare la curva di livello di  $f$  passante per il punto  $P(1, 0)$ .
- c) Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$$

- d) determinare la derivata direzionale di  $f$  in  $Q(1, 1)$  rispetto la direzione e verso indicati dal vettore  $\vec{v} = (6, 8)$ .

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_

**Esercizio 2.** Si consideri la seguente equazione differenziale:

$$y''(x) - 4y'(x) + 3y(x) = f(x)$$

- a) Trovare tutte le soluzioni dell'equazione data nel caso:  $f(x) = e^{3x} + x$ .
- b) Trovare tutte le soluzioni dell'equazione data che sono infinitesime per  $x \rightarrow 0$  di ordine 1 nel caso :  $f(x) = 0$ .
- c) Trovare tutte le soluzioni dell'equazione data, limitate in tutto  $\mathbf{R}$  nel caso :  $f(x) = \sin x$ .