

Analisi Matematica 2B
appello 25 giugno
a.a.2003-04

Cognome.....Nome.....

Giustificare esaurientemente ogni risposta

Esercizio 1 *Si consideri il seguente problema differenziale:*

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{\sqrt{x+3}}{y(x)} \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

1. *Verificare esistenza e unicità locale della soluzione.*

2. *Tracciare il grafico locale della soluzione.*

3. *Calcolare, se esiste, il seguente limite:*

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{y(x) - 2x + 1}{(x - 1)^2}.$$

4. *Trovare un'espressione esplicita per $y(x)$, specificandone il dominio.*

Esercizio 2 *Si consideri il seguente insieme:*

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1; 0 \leq y \leq \sqrt{3}x\}.$$

1. *Calcolare l'area di A .*

2. *Calcolare $\int \int_A x \, dx dy$*

Esercizio 4 Si consideri la funzione f così definita:

$$f(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ ae^x + b & x < 0 \end{cases}$$

1. Per quali $a, b \in \mathbb{R}$, f è integrabile in $[1, 2]$?

2. Per quali $a, b \in \mathbb{R}$, f è integrabile in $[-1, 2]$?

3. Per quali $a, b \in \mathbb{R}$, f ha primitive in $[-1, 2]$?