

Analisi Matematica 2B

appello febbraio a.a.2003-04

Cognome.....Nome.....

Giustificare esaurientemente ogni risposta

Esercizio 1 Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = xe^{y(x)} + e^{x+y(x)}; \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

1. Studiare esistenza e unicità della soluzione.
2. Tracciare il grafico locale della soluzione, se esiste.
3. Determinare una espressione esplicita per la soluzione, se esiste, specificando se è definita in tutto \mathbb{R}

Esercizio 2 Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = \int_0^x \frac{1}{(t-1)\sqrt{t+4}} dt$$

(L'integrale è eventualmente da intendersi in senso improprio)

1. Trovare il dominio di f .
2. Tracciare il grafico della funzione.
3. Calcolare, se esiste, $f(\frac{1}{2})$.

Cognome.....Nome.....

Esercizio 3 Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = e^{\frac{x}{x^2 + y^2}}$$

1. Trovare il dominio di f .
2. Tracciare la curva di livello $\frac{1}{2}$ della funzione.
3. Stabilire se f è limitata nel suo dominio.

4. Trovare, se esistono, eventuali punti di minimo e massimo locali di f .

5. Trovare, se esistono, un minorante e un maggiorante del seguente integrale:

$$\int \int_A f(x, y) dx dy$$

essendo

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4; x \geq 0; y \geq 0\}$$