

Esercizio 2 Si consideri la seguente equazione differenziale:

$$ay''(x) + 2y'(x) + y(x) = f(x)$$

1. Sia $f(x) = 0$. Esistono soluzioni non banali che siano infinitesime per $x \rightarrow +\infty$?

2. Siano $f(x) = 2e^{-x}$; $a = 1$. Trovare tutte le soluzioni tali che $y'(0) = 1$.

4. Calcolare, se esiste, la derivata direzionale in $(0,1)$ lungo la direzione e verso indicata dal vettore $u = (6, -8)$

Esercizio 4 Stabilire se converge il seguente integrale:

$$\int_{-\infty}^0 \frac{t}{e^{2t} - 1} dt$$