

# Analisi Matematica 2B

## Seconda Prova Intermedia Giugno 2007

Cognome.....Nome.....

**GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA**

**Esercizio 1** Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = x^2 - 2xy + ky^2 + x - y$$

essendo  $k \in \mathbb{R}$ .

1. Per quali  $k \in \mathbb{R}$  la funzione é convessa in tutto il suo dominio?
2. Sia  $k = 4$ . Stabilire se la funzione é limitata nel suo dominio.
3. Sia  $k = 4$ . Trovare, se esistono, i punti di minimo e massimo globale della funzione nell'insieme:  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0; y \geq 0; x+y \leq 1\}$ .

Cognome.....Nome.....

**GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA**

**Esercizio 2** Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy(e^{x+y} - 1)}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ k & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

1. Sia  $k = 1$ . Tracciare la curva di livello 0 della funzione.
2. Per quali  $k \in \mathbb{R}$  la funzione é continua in  $\mathbb{R}^2$ ?
3. Per quali  $k \in \mathbb{R}$  la funzione é differenziabile in  $(0, 0)$ ?
4. Sia  $k = 1$ . Calcolare, se esiste, la derivata direzionale della funzione nel punto  $(1, 0)$  lungo la direzione e verso indicati dal vettore  $u = (3, -4)$ .

Cognome.....Nome.....

**GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA**

**Esercizio 3** Sia  $V$  l'insieme delle soluzioni dell'equazione differenziale:

$$y'(x) = -xy(x) - y(x) - y'(x) \ln y(x)$$

Stabilire se  $V$  è uno spazio vettoriale.

Si consideri ora il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{-xy(x) - y(x)}{1 + \ln y(x)} \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

1. Per quali  $x_0, y_0$  esiste ed è unica la soluzione?
2. Siano  $x_0 = 0, y_0 = e^{-4}$ . Determinare la soluzione precisandone l'insieme di definizione.