ANALISI MATEMATICA 2B
Ch.Ei.Nv.
Seconda Prova Intermedia

COGNOME.....................NOME.....................
Si risolvano i seguenti esercizi motivando adeguatamente ogni risposta:

Esercizio 1 Si consideri il seguente problema differenziale :

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{e^x\sqrt{1-(y(x))^2}}{y(x)} \\ \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

1. Studiare l'esistenza e l'unicitá locale della soluzione al variare di $y_0 \in R$.
2. Sia $y_0 = \frac{1}{2}$. Tracciare il grafico locale della soluzione e determinare un'espressione analitica esplicita della soluzione precisandone il dominio.

Determinare, infine, tutte le soluzioni limitate in $(-\infty, 2]$ della seguente equazione:

$$y''(x) - 4y'(x) + 3y(x) = 2e^{3x} - 2e^x + 3$$

COGNOME.....................NOME.....................

Esercizio 2 Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = \frac{x^4 + y^2}{x^3 + y}$$

1. Stabilire dove la funzione é continua e dove é prolungabile per continuitá.
2. Scrivere, se esiste, l'equazione della retta tangente alla curva di livello di f nel punto $P(1, 1)$.
3. Calcolare la derivata direzionale massima di f nel punto $Q(1, 0)$.

COGNOME.....................NOME.....................

Esercizio 3 Si considerino:

$$f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{(x^2-y^2)(x^2-1)}{x} & se\ y^2<x^2 \\ \\ 0 \qquad se\ y^2\geq x^2 \end{cases}$$

$$A=\{(x,y)\in R^2 : 0\leq |y|\leq x\leq 1\}$$

$$B=\{(x,y)\in R^2 : y^2+\frac{1}{4}\leq x^2\leq 2-y^2;\ \ x<0\}$$

$$C=\{(x,y)\in R^2 : y^4+y^2+x^2=1\}$$

1. Provare che esistono gli estremi assoluti di f in A.
2. Determinare, se esistono, gli estremi assoluti di f in B.
3. Provare che C è un insieme limitato.
4. Determinare, se esistono, gli estremi assoluti di $g(x,y)=xy$ in C.