

Analisi Matematica 2

appello febbraio 2007

Cognome.....Nome.....

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 1 Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt[3]{t^2(t-1)}} dt$$

1. Determinare il dominio di f specificandone l'insieme dei punti di derivabilità.
2. Tracciare il grafico della funzione f specificandone i limiti agli estremi del dominio e gli intervalli di monotonia e di convessità.

Cognome.....Nome.....

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 2 Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = (y^2(x) - y(x))x \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

1. Studiare esistenza e unicità della soluzione al variare di x_0 e $y_0 \in \mathbb{R}$.
2. Siano $x_0 = 0$ $y_0 = 1$. Tracciare il grafico della soluzione, se esiste.
3. Siano $x_0 = 0$ $y_0 = 2$. Scrivere la soluzione, se esiste, specificandone il dominio.

Cognome.....Nome.....

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 3 Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{|x| \ln(1 + |y|) - xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

1. Calcolare le derivate direzionali, se esistono, della funzione in $(0, 0)$ al variare del vettore Q .
2. La funzione è differenziabile in $(0, 0)$?
3. Calcolare il seguente integrale:

$$\iint_A \ln(x + y) dx dy$$

essendo $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq \ln(x + y) \leq x \leq 2\}$.