

Cognome.....Nome.....

Ogni risposta va adeguatamente motivata

Esercizio 3 Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x^2 - 4} & x < -3 \\ ax + b & -3 \leq x \leq 0 \\ b & x > 0 \end{cases}$$

1. Per quali $a, b \in \mathbb{R}$ la funzione è integrabile in ogni intervallo chiuso e limitato?

2. Per quali $a, b \in \mathbb{R}$ la funzione ammette primitive in $[-3, +\infty)$?

3. Per quali $a, b \in \mathbb{R}$ la funzione ammette primitive in tutto \mathbb{R} ?

4. Per tali valori di a, b trovare quella primitiva F tale che $F(0) = 0$.

5. Siano $a = 0$ e $b = 2$. Trovare un'espressione esplicita per la funzione:

$$G(x) = \int_{-1}^x f(t) dt$$

precisandone il dominio, l'insieme di continuità e l'insieme di derivabilità.