Analisi Matematica 2B
Appello 6 giugno 2005 a.a.2004-05

Cognome.....Nome.....

Ogni risposta va adeguatamente motivata

Esercizio 1 Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = \int_1^x \frac{t}{sent\sqrt{2-t}}\, dt$$

1. Trovare il dominio di f.

2. Trovare l'insieme di derivabilità della funzione f e scrivere un'espressione esplicita della derivata.

Esercizio 2 Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = (\sqrt{x+1})(1+y^2(x)) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

1. Studiare esistenza e unicità della soluzione, al variare di x_0 e $y_0 \in R$

2. Siano $x_0 = 0$ e $y_0 = 0$. Determinare l'ordine di infinitesimo della soluzione, se esiste, per $x \to 0+$

3. Siano $x_0 = 0$ e $y_0 = 0$. Trovare, se esiste, un'espressione esplicita per la soluzione specificandone il dominio.

Cognome.....Nome.....

Ogni risposta va adeguatamente motivata

Esercizio 3 Si consideri la seguente funzione:

$$f(x,y) = \frac{2x+y}{\sqrt{4x^2+y^2}}$$

1. Tracciare le curve di livello 0 e 1 della funzione.

2. La funzione è prolungabile per differenziabilità in (0,0)?

3. Calcolare, se esiste, la derivata direzionale massima della funzione nel punto $(0,1)$.

4. Trovare, se esistono, i punti di minimo e massimo globali della funzione nell'insieme $A = \{(x, y) \in R^2 : 4x^2 + y^2 = 1\}$

5. Dopo averne provato l'esistenza, si trovino un minorante e un maggiorante del seguente integrale:

$$\int\int_D f(x, y) = \frac{2x + y}{\sqrt{4x^2 + y^2}} \; ; dxdy$$

essendo $D = \{(x, y) \in R^2 : \frac{1}{2} \leq x \leq 1;\ 0 \leq y \leq x\}$