

Analisi Matematica 2B e V.O. appello 16 gennaio 2006

Cognome.....Nome.....

Ogni risposta va adeguatamente motivata

Esercizio 1 Si consideri la seguente equazione differenziale:

$$y''(x) + ky'(x) + y(x) = e^x$$

1. Per quali $k \in \mathbb{R}$ la funzione $f(x) = e^x$ è una soluzione?

2. Per tali valori, determinare tutte le soluzioni $y(x)$ dell'equazione tali che:

$$y(0) = \lim_{x \rightarrow -\infty} y(x)$$

Esercizio 2 Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = e^{y(x)} & (x + 2) \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

1. Studiare esistenza ed unicità della soluzione.
2. Tracciare localmente il grafico della soluzione se esiste.
3. Trovare il dominio della soluzione se esiste.

Cognome.....Nome.....

Ogni risposta va adeguatamente motivata

Esercizio 3 Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = \int_0^x \frac{\operatorname{sen} t}{\sqrt{t}(t+2)} dt$$

dove l'integrale è eventualmente inteso in senso improprio.

1. Trovare il dominio della funzione.

2. Studiare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

3. Stabilire se la funzione è invertibile nel suo dominio.

4. Stabilire se la funzione è derivabile due volte in tutto il dominio.

Esercizio 4 Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = x^2 + k(e^x - 1)$$

Si determini l'ordine di infinitesimo della funzione per $x \rightarrow 0$, al variare di $k \in \mathbb{R}$