

ANALISI MATEMATICA 2B

**ANALISI MATEMATICA I
vecchio ordinamento**

appello del 14/6/2006

COGNOME.....NOME.....

Si risolvano i seguenti esercizi motivando adeguatamente ogni risposta:

Esercizio 1 Si consideri il problema differenziale :

$$\begin{cases} y'(x) = x(y^2(x) + 1) \operatorname{arctg}(y(x)) \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

1. Studiare l'esistenza e l'unicità locale della soluzione al variare di y_0 .
2. Sia $y_0 = 1$. Tracciare il grafico locale della eventuale soluzione.
3. Sia $y_0 = 1$. Risolvere il problema differenziale specificandone in particolare il dominio.
4. Sia $y_0 = 0$. Risolvere il problema differenziale specificandone in particolare il dominio.

COGNOME.....NOME.....

Esercizio 2 Si consideri la seguente funzione

$$f(x) = \int_0^x \frac{e^t - 1}{t\sqrt[3]{t-1}} dt$$

1. Tracciare il grafico di $f(x)$ specificandone in particolare:
 - dominio
 - limiti agli estremi del dominio
 - intervalli di derivabilità.
2. Stabilire se la funzione é invertibile in un intorno di $x_0 = 0$ e calcolare $(f^{-1})'(0)$ se esiste.
3. Stabilire se la funzione $F(x) = f(x|x|)$ é derivabile in $x = 0$. In caso di risposta affermativa se ne calcoli la derivata.

COGNOME.....NOME.....

Esercizio 3 Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(y-x)^2}{\sqrt{x^2+y^2}} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Si considerino pure i seguenti insiemi:

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \geq 2(y-x); x^2+y^2 \geq 2(x-y); y \leq 2-x; y \geq 0; x \geq 0\}$$

$$\Omega = \{(x, y) \in A : y \leq x\}$$

1. f è differenziabile in $(0, 0)$?
2. Provare che esistono gli estremi assoluti di f in A .
3. Determinare gli estremi assoluti di f in A .
4. Calcolare $\iint_{\Omega} x(y+1) \, dx dy$.