

Analisi Matematica 2B

Appello Luglio 2008

Cognome.....Nome.....

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 1 Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = \int_{-1}^x \frac{|\cos t|}{\sqrt[3]{2t^2 + \pi t} (e^{-t} - \ln |t|)} dt$$

1. Determinare il dominio di f .
2. Determinare l'insieme di derivabilità di f e i limiti agli estremi del dominio.
3. Disegnare il grafico di f in: $[-1; 1] \cap \text{dom } f$.

Cognome.....Nome.....

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 2 Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3y + xy^3}{x^3 - y^3} & x \neq y \\ 0 & x = y \end{cases}$$

1. Stabilire se la funzione é limitata nel suo dominio.
2. Stabilire se la funzione é continua in $(0, 0)$ e tracciare la curva di livello passante per tale punto.
3. Calcolare, se esiste, la derivata direzionale di f in $(0, 0)$ lungo la direzione e verso del vettore $v = (8, -6)$.
4. Calcolare, se esistono, i punti di minimo e massimo globali della funzione $g(x, y) = (x^3 - y^3)f(x, y)$ nel seguente insieme:

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x + 1 \leq y \leq 2\}$$

Cognome.....Nome.....

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 3 Si consideri la seguente equazione differenziale:

$$y^{IV}(x) + 9y^{II}(x) = ae^{-x}$$

1. Sia $a = 1$. Determinare tutte le soluzioni dell'equazione.
2. Per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ l'insieme

$$V = \left\{ y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : y^{IV}(x) + 9y^{II}(x) = ae^{-x}; \int_1^{+\infty} \frac{y(x)}{x^2} dx \in \mathbb{R} \right\}$$

é uno spazio vettoriale.

3. Per tali valori si determini $\dim V$