

# Analisi Matematica 2B

## appello luglio 2009

Cognome.....Nome.....

**GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA**

**Esercizio 1** Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = \int_{-\frac{1}{2}}^{4x-3x^2} \frac{t+1}{\sqrt{|t|-t^3}} dt$$

- Determinare il dominio di  $f$ .
- Studiare il limite di  $f$  agli estremi del dominio.
- Studiare la monotonia di  $f$ .

Cognome.....Nome.....

**GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA**

**Esercizio 2** Si consideri la seguente equazione differenziale:

$$y''(x) + 2y'(x) + ky(x) = f(x)$$

a) Sia  $f(x) = 0$ . Al variare di  $k \in \mathbb{R}$  trovare, se esistono, tutte le soluzioni dell'equazione data limitate in  $[0, +\infty)$ .

b) Siano  $k = 0$  e  $f(x) = e^{-2x} + \sin x$ . Trovare tutte le soluzioni  $y = y(x)$  dell'equazione data, se esistono, tali che:  $\int_0^1 y(x)dx = y(0) = 0$

c) Siano  $k = 1$  e

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases}$$

Esistono soluzioni dell'equazione data definite in tutto  $\mathbb{R}$ ?

d) Siano  $k = -3$  e  $f(x) = |x|$ . Tracciare il grafico locale della soluzione  $y = y(x)$  dell'equazione data tale che:  $y(0) = y'(0) = 1$  e stabilire quante volte questa soluzione é derivabile nel suo dominio.

Cognome.....Nome.....

**GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA**

**Esercizio 3** Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^3}{\sqrt{x^2 + y^4}} & (x, y) \neq (0, 0) \\ a & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

a) Ricordando che se  $|x| < 1$  allora  $x^4 \leq x^2$ , determinare i valori del parametro reale  $a$  per i quali  $f$  risulta continua in  $(0, 0)$ .

b) Per quali valori del parametro reale  $a$  la funzione  $f$  è differenziabile in  $(0, 0)$ ?

c) Sia ora  $a = 2$ . Determinare, se esistono, gli estremi assoluti della funzione  $f$  in  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^4 \leq 1; x \geq 0, y \leq 0\}$