

Analisi matematica 2B
appello straordinario– 12 novembre 2008

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = x^3 \sin x + (1 - \cos x)^2$$

- a) Calcolare l'ordine di infinitesimo di f per $x \rightarrow 0+$
- b) Tracciare il grafico locale di f in un intorno di $x_0 = 0$.
- c) Stabilire se la funzione é limitata in R .
- d) Stabilire se la funzione é limitata in $(0, 1]$.
- e) Studiare la convergenza del seguente integrale, al variare di $k \in R^+$:

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt[k]{f(x)}} dx$$

Analisi matematica 2B
appello straordinario– 12 novembre 2008

COGNOME _____ NOME _____

Esercizio 2. Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{x - y}$$

- a) Tracciare la curva di livello 1.;
- b) Stabilire se la funzione sia prolungabile per continuità in $(0, 0)$;
- c) Calcolare la derivata direzionale massima di f in $(1, 0)$;
- d) Trovare un minorante e un maggiorante per il seguente integrale:

$$\int \int_A f(x, y) dx dy$$

essendo $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 - 2x \leq 0; 0 \leq y \leq x - 1\}$.

Analisi matematica 2B
appello straordinario– 12 novembre 2008

COGNOME _____ NOME _____

Esercizio 3. Si consideri la seguente equazione differenziale:

$$y''(x) + 2y'(x) + y(x) = ke^x$$

- a) Trovare tutte le soluzioni al variare di $k \in \mathbb{R}$;
- b) Sia $k = 0$. Dopo aver provato che é uno spazio vettoriale scrivere una base per $V = \{y : \int_0^\infty y(x)dx = 0\}$ dove y indica le soluzioni dell'equazione differenziale;
- c) Sia $k = 1$. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{y(x) - \frac{x^2}{2}}{x - \sin x}$$

essendo y la soluzione dell'equazione differenziale tale che $y(0) = y'(0) = 0$.