

Analisi matematica 2B
Esame scritto – 10 settembre 2008

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Sia $f(x) = \sin(\ln x)$

1. determinare un intorno I di $x_0 = e^{\frac{\pi}{2}}$ e un polinomio $P = P(x)$ di secondo grado tale che P approssimi f in I a meno di 10^{-3} ;
2. Sia $Q = Q(x)$ il polinomio di Taylor di f di secondo grado centrato in $x_1 = 1$. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f^2(x) - Q^2(x)}{(x-1)^2 f^2(x)}$$

3. Sia

$$g(x) = \int_{350}^x \frac{\sin(t - e^\pi)}{f(t)} dt$$

Determinare il dominio di g

4. Determinare l'insieme di derivabilità di g .

Analisi matematica 2B
Esame scritto – 10 settembre 2008

COGNOME _____ NOME _____

Esercizio 2. Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = \frac{x^3 y}{x^2 - y^2}$$

1. Tracciare la curva di livello 0 della funzione;
2. Stabilire se esistono punti in cui la funzione possa essere prolungata per continuità;
3. calcolare, se esiste, il seguente integrale:

$$\iint_S f(x, y) \, dx dy$$

essendo $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq 2y \leq x; 1 \leq x^2 \leq 4\}$.

Analisi matematica 2B
Esame scritto – 10 settembre 2008

COGNOME _____ NOME _____

Esercizio 3. Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{ky^2(x) + 2y(x) - 2}{ky(x) + 1} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

essendo $k \in \mathbb{R}$

1. Studiare esistenza e unicità locale della soluzione al variare del parametro k ;
2. Sia $k = 1$. Trovare il dominio della soluzione;
3. Sia $k = 0$. Trovare la soluzione.