

# Analisi Matematica 2B

## appello settembre 2009

Cognome.....:Nome.....

**GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA**

**Esercizio 1** Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x^2 - y^2) \arctan(|xy|^\alpha)}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- Per quali  $\alpha > 0$  la funzione  $f$  é continua in tutto il suo dominio?
- Per quali  $\alpha > 0$  la funzione  $f$  é differenziabile in  $(0, 0)$ ?
- Sia  $\alpha = 1$ . Tracciare la curva di livello 0 della funzione  $f$ .
- Sia  $\alpha = 1$ . Stabilire se la funzione  $f$  é differenziabile in  $(1, 0)$ .
- Sia  $\alpha = 1$ . Dopo aver provato che la funzione  $f$  é limitata, stabilire se esistono punti di massimo globale.

Cognome.....:Nome.....

**GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA**

**Esercizio 2** Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = (x^2 - 1)\sqrt{(y(x) - 1)} \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

- a) Discutere esistenza ed unicit  della soluzione al variare di  $y_0 \in \mathbb{R}$ .
- b) Sia  $y_0 = 5$ . Tracciare il grafico locale della soluzione.
- c) Sia  $y_0 = 5$ . Trovare un'espressione analitica esplicita per la soluzione e stabilire se sia definita in tutto  $\mathbb{R}$ .
- d) Sia  $y_0 = 5$ . Provare che la soluzione   sicuramente definita almeno in  $[0, +\infty)$ .

Cognome.....:Nome.....

**GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA**

**Esercizio 3** Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = \int_x^{+\infty} \frac{\arctan \frac{1}{t}}{t^3 - t} dt$$

- a) Determinare il dominio di  $f$ .
- b) Calcolare il valore  $f(10)$  a meno di  $10^{-3}$ .
- c) Studiare la convergenza del seguente integrale improprio:

$$\int_1^{+\infty} f(t) dt$$

- d) Tracciare il grafico della seguente funzione:

$$h(x) = f\left(\frac{1}{|x|}\right)$$