

Analisi Matematica II

1^o Prova parziale a.a.2005-06

Cognome.....Nome.....

Esercizio 1 Si consideri la seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n \sin^2 \frac{1}{n}}{(n+2)^\alpha}$$

Per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ la serie è convergente?

Esercizio 2 Si consideri la seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} x^n \ln^2 \left(1 + \frac{1}{n}\right)$$

1. Per quali $x \in \mathbb{R}$ la serie converge?
2. Stabilire se ci sia convergenza uniforme nell'intervallo $[0, \frac{1}{2}]$

Esercizio 3 Si approssimi a meno di 10^{-2} il seguente integrale:

$$\int_0^1 x^2 (e^{x^2} - 1) dx$$

Esercizio 4 Si consideri la seguente funzione:

$$f : [-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$$

così definita:

$$f(x) = x^2$$

1. Tracciare il grafico del prolungamento periodico di f .
2. Tracciare il grafico dello sviluppo di Fourier di f .
3. Scrivere il polinomio trigonometrico di Fourier di ordine 1 di f .

Esercizio 5 Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = \frac{x^4 + y^5 - x^2y^2}{x^2 + y^2}$$

1. Stabilire se la funzione è limitata inferiormente e/o superiormente.
2. Stabilire se la funzione può essere prolungata per continuità in $O(0,0)$.
3. Stabilire se la funzione può essere prolungata per differenziabilità in $O(0,0)$.