

Analisi Matematica II
Prima prova
gennaio 2007

COGNOME.....NOME.....

Si risolvano i seguenti esercizi motivando adeguatamente ogni risposta:

Esercizio 1 Si consideri il seguente campo vettoriale:

$$F(x, y) = \frac{kx^2 e^y}{1+x^3} dx + \ln(1+x^3)e^y dy$$

1. Tracciare il dominio di F e stabilire se è semplicemente connesso.
(punti 3)
2. Per quali $k \in \mathbb{R}$, F ha potenziali?
(punti 3)
3. Per tali valori, se esistono, trovare tutti i potenziali di F .
(punti 4)

COGNOME.....NOME.....

Esercizio 2 Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = ke^{x+y} - \cos x + \sin y$$

1. Per quali $k \in \mathbb{R}$ la funzione è limitata nel suo dominio?
(punti 3)
2. Per quali $k \in \mathbb{R}$ la funzione è superiormente limitata nel suo dominio?
(punti 3)
3. Sia $k > 0$. Tracciare localmente la curva di livello della funzione f passante per il punto $P(0, 0)$.
(punti 4)

COGNOME.....NOME.....

Esercizio 3 Data la funzione

$$f(x, y) := |\sin(x + y)| + \frac{\log(1 + xy)}{\sqrt{2x^2 + y^2}}$$

1. Determinarne l'insieme di definizione.
2. Stabilire se f è prolungabile per continuità in $(0, 0)$.
3. In caso affermativo, stabilire se la funzione così prolungata è parzialmente derivabile in $(0, 0)$.
4. In caso affermativo, stabilire se la funzione è differenziabile in $(0, 0)$.