

**Analisi Matematica II**  
**Prima prova**  
**gennaio 2007**

COGNOME.....NOME.....

**Si risolvano i seguenti esercizi motivando adeguatamente ogni risposta:**

**Esercizio 1** Si consideri il seguente campo vettoriale:

$$F(x, y) = \frac{kx^2 e^y}{1+x^3} dx + \ln(1+x^3)e^y dy$$

1. Tracciare il dominio di  $F$  e stabilire se è semplicemente connesso.  
(punti 3)
2. Per quali  $k \in \mathbb{R}$ ,  $F$  ha potenziali?  
(punti 3)
3. Per tali valori, se esistono, trovare tutti i potenziali di  $F$ .  
(punti 4)

COGNOME.....NOME.....

**Esercizio 2** Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = ke^{x+y} - \cos x + \sin y$$

1. Per quali  $k \in \mathbb{R}$  la funzione è limitata nel suo dominio?  
(punti 3)
2. Per quali  $k \in \mathbb{R}$  la funzione è superiormente limitata nel suo dominio?  
(punti 3)
3. Sia  $k > 0$ . Tracciare localmente la curva di livello della funzione  $f$  passante per il punto  $P(0, 0)$ .  
(punti 4)

COGNOME.....NOME.....

**Esercizio 3** Data la funzione

$$f(x, y) := |\sin(x + y)| + \frac{\log(1 + xy)}{\sqrt{2x^2 + y^2}}$$

1. Determinarne l'insieme di definizione.
2. Stabilire se  $f$  è prolungabile per continuità in  $(0, 0)$ .
3. In caso affermativo, stabilire se la funzione così prolungata è parzialmente derivabile in  $(0, 0)$ .
4. In caso affermativo, stabilire se la funzione è differenziabile in  $(0, 0)$ .