

Analisi Matematica II
Quarta Prova Intermedia – Giugno 2007

Cognome..... Nome.....

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 1 Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n}{n+2} x^{2n}$$

1. Trovare il dominio della funzione.
2. Stabilire se la funzione è derivabile nel suo dominio.
3. Calcolare, a meno di 10^{-3} , il seguente integrale:

$$\int_0^{1/2} f(x) dx$$

Cognome..... Nome.....

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 2 Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{\sqrt{x^2 + y^2(x)}}{x - y(x)} \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

1. Studiare esistenza ed unicità locale della soluzione.
2. Trovare un intorno in cui esiste ed è unica la soluzione.
3. Tracciare localmente il grafico della soluzione.

Cognome..... Nome.....

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 3 Si consideri il seguente sistema differenziale:

$$\begin{cases} y_1'(x) = ky_1(x) + y_2(x) + 1 \\ y_2'(x) = y_1(x) - y_2(x) + e^x \end{cases}$$

1. Per quali $k \in \mathbb{R}$ il sistema omogeneo associato ha tra le soluzioni un vettore di prima componente e^{2x} ?
2. Sia $k = -1$. Scrivere un'equazione differenziale lineare del secondo ordine equivalente al sistema.
3. Sia $k = -1$. Trovare tutte le soluzioni del sistema.
4. Tracciare il grafico locale della seconda componente della soluzione nel caso $k = 0$ e con la condizione iniziale:

$$y_1(0) = y_2(0) = 0$$