

Analisi Matematica II-edile

appello giugno a.a.2003-04

Cognome.....Nome.....

Esercizio 1 Si consideri il seguente campo vettoriale:

$$F(x, y) = \frac{(x+1)^2 + y}{x^2 + y + 1} dx + \frac{1}{x^2 + y + 1} dy$$

1. Tracciare il dominio di F .
2. Verificare che F è conservativo nel suo dominio.
3. Trovare tutti i potenziali di F .
4. Calcolare $\int_{\gamma} F$, essendo γ l'arco di parabola con primo estremo nel vertice $(0,0)$ e secondo estremo nel punto $(1,4)$.

Esercizio 2 Si consideri il seguente sistema di equazioni differenziali:

$$\begin{cases} y_1'(x) = y_1(x) + y_2(x) + x \\ y_2'(x) = ky_1(x) + y_2(x) \\ y_1(0) = 0 \\ y_2(0) = 0 \end{cases}$$

essendo $k > 0$

1. Tracciare il grafico locale della prima componente della soluzione.
2. Trovare la soluzione nel caso $k = 2$.
3. Scrivere un'equazione differenziale scalare equivalente al sistema.

Esercizio 3 Si trovi la soluzione, se esiste, del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} 2x^2 y''(x) - xy'(x) + y(x) = x \\ y(-1) = 0 \\ y'(-1) = 0 \end{cases}$$