

Analisi Matematica II
Edile.Arch. e V.O. a.a.2005-06

Cognome.....Nome.....

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 1 Si consideri la seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{e^{n\alpha}}{1+n^\alpha}$$

essendo $\alpha \in R$

1. Per quali valori di $\alpha \in R$ la serie è convergente?
2. Sia $\alpha = -2$. Quanti termini della serie occorre sommare per calcolare la somma, se esiste, a meno di 10^{-3} ?
3. Sia $f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{e^{-2n}}{1+n^{-2}} x^n$. Trovare l'insieme di continuità di f .

Esercizio 2 Si consideri il seguente insieme:

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 - 1 \leq z \leq 1 - 2x^2 - 2y^2\}$$

1. Provare che T è chiuso e limitato.
2. Calcolare il volume di T .
3. Calcolare la quota del baricentro di T .

Esercizio 3 Si consideri il seguente problema differenziale:

$$y'(x) = e^{\arctan(y(x))} + e^x$$

$$y(0) = 0$$

1. Stabilire esistenza e unicità locale della soluzione.
2. Tracciare il grafico locale della soluzione.
3. Stabilire esistenza ed unicità globale della soluzione.
4. Risolvere il problema:

$$y'(x) = P_1(x, y(x))$$

$$y(0) = 0$$

essendo $P_1(x, y)$ il polinomio di Taylor del primo ordine della funzione $f(x, y) = e^{\arctan y} + e^x$ sviluppato nel punto $(0, 0)$.

Esercizio 4 Si consideri il seguente problema differenziale:

$$y_1'(x) = y_1(x) + y_2(x)$$

$$y_2'(x) = -y_1(x) + e^x$$

$$y_1(0) = y_2(0) = 0$$

1. Tracciare il grafico della seconda componente della soluzione.
2. Trovare un problema scalare differenziale del secondo ordine equivalente al problema dato, specificando il significato del termine "equivalente".
3. Risolvere il problema differenziale trovato al punto precedente.