

Analisi Matematica II-edile appello 8 luglio a.a.2004-05

Cognome.....Nome.....

Esercizio 1 Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = \frac{\arctg^2(xy^2)}{x^2 + y^2}$$

1. Tracciare la curva di livello 0 di f .
2. La funzione f è prolungabile per continuità?
3. La funzione così eventualmente prolungata è differenziabile in $(0,0)$?
4. Trovare se esiste un maggiorante per il seguente integrale:

$$\int \int_A f(x, y) \, dx dy$$

essendo $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$

Esercizio 2 Si consideri il seguente sistema di equazioni differenziali:

$$\begin{cases} y_1'(x) = y_2(x) \\ y_2'(x) = -2y_1(x) + 3y_2(x) + e^x \end{cases}$$

1. Scrivere un'equazione differenziale scalare equivalente al sistema.
2. Trovare una matrice fondamentale per il sistema omogeneo associato.
3. Stabilire se le soluzioni del sistema omogeneo associato sono limitate in $(-\infty, 0]$.
4. Trovare tutte le soluzioni del sistema.

Esercizio 3 Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = \int_0^{x^2+y^2} \frac{e^t - 1}{t} \, dt$$

1. Trovare il dominio di f .
2. Calcolare, se esiste, il gradiente di f in $(0, 0)$.
3. Trovare, se esiste, il minimo globale di f .