

ANALISI MATEMATICA II

Prova scritta del 23 maggio 2006 – Anno Accademico 2005/2006

Cognome.....Nome.....

Giustificare esaurientemente ogni risposta

Esercizio 1. Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = x^2 + \arctan(y(x)) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

- (a) Studiare esistenza ed unicità locale e globale della soluzione.
- (b) Tracciare il grafico locale della eventuale soluzione.
- (c) Risolvere il problema differenziale linearizzato.

Cognome.....Nome.....

Giustificare esaurientemente ogni risposta

Esercizio 2. Si consideri il seguente sistema di equazioni differenziali:

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1'(x) = 2y_1(x) - y_2(x) \\ y_2'(x) = y_1(x) - 2y_2(x) + e^x \\ y_1(0) = 0 \\ y_2(0) = 0 \end{array} \right.$$

- (a) Disegnare localmente la prima componente della soluzione.
- (b) Scrivere la soluzione del problema.

Cognome.....Nome.....

Giustificare esaurientemente ogni risposta

Esercizio 3. Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = x^2 + e^y - \sin x \sin y$$

- (a) La curva di livello della funzione passante per il punto $(0, 0)$ è localmente grafico di una funzione di una variabile?
- (b) Tracciare localmente tale curva precisandone monotonia e convessità.

Esercizio 4. Calcolare il volume di T essendo:

$$T = \{(x, y, z) \in R^3 : z - 1 \leq x^2 + y^2 \leq x; z \geq 0\}$$