

ANALISI MATEMATICA II

Prova scritta del 23 marzo 2006 – Anno Accademico 2005/2006

Cognome.....Nome.....

Giustificare esaurientemente ogni risposta

Esercizio 1. Sia $f(x, y) = e^{\left(\log y + \frac{1}{1+x^2}\right)}$.

- (a) Trovare il dominio di f
- (b) Stabilire se la funzione f è limitata e trovare, se esistono, punti di minimo e massimo locali e globali della funzione.
- (c) Tracciare la curva di livello 1 della funzione f .
- (d) Scrivere una formula di riduzione ad integrali semplici in coordinate polari del seguente integrale:

$$\int \int_D f(x, y) \, dx dy$$

essendo $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2x + 2y; x \leq y \leq 2x\}$

Esercizio 2. Si consideri il seguente campo vettoriale:

$$F(x, y) = \left(1 + \frac{axy}{(x^2 - y)^2}\right)dx + \frac{x^2}{(x^2 - y)^2}dy$$

essendo a parametro reale.

- (a) Tracciare il dominio del campo.
- (b) Per quali valori di a il campo risulta conservativo? Per tali valori si determinino tutti i potenziali.
- (c) Per tali valori di a calcolare, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il seguente integrale:

$$\int_{\gamma} F$$

essendo γ il segmento che unisce i punti $P(0, 1)$ e $Q(1, k)$.

Esercizio 3. Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{x + y^2(x)}{x^2 + y(x)} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

- (a) Trovare un intorno di $x_0 = 0$ in cui esiste ed è unica la soluzione.
- (b) Tracciare il grafico locale della eventuale soluzione.