

Analisi Matematica II

appello straordinario ottobre a.a.2004-05

Cognome.....Nome.....

Esercizio 1 Si consideri il seguente insieme:

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + (y - 1)^2 \leq 1; x^2 + (y - \frac{1}{2})^2 \geq \frac{1}{4}\}$$

1. Stabilire se esistono, e in tal caso determinarli, i punti di minimo e massimo assoluti della funzione:

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 7$$

nell'insieme A.

2. Stabilire se la seguente funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

è limitata nell'insieme A.

3. Calcolare le coordinate del baricentro dell'insieme A.

Cognome.....Nome.....

Esercizio 2 Si consideri il seguente campo vettoriale:

$$F(x, y) = (2x^2 + 1) e^{x^2+y^2} dx + (2xy e^{x^2+y^2} + f(x)) dy$$

essendo $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, f derivabile in \mathbb{R} tale che $f(0) = 2$

1. Per quali funzioni f il campo F è conservativo in tutto il suo dominio?
2. Trovare, se possibile, tutti i potenziali del campo F .

Esercizio 3 Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3y - y^3x}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

1. Stabilire se f è continua nel suo dominio
2. Stabilire se f è differenziabile in $(0,0)$.
3. Stabilire se f è limitata nel suo dominio.
4. Stabilire se il punto $(0,0)$ è un punto di minimo o massimo locale per la funzione f .