

Analisi Matematica II

appello giugno 2007

Cognome.....Nome.....

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 1 Si consideri il seguente campo vettoriale:

$$F(x, y) = \left(\frac{x - y^2 + k}{1 + x - y^2}, \frac{-x + y^2 - 2y - 1}{1 + x - y^2} \right)$$

1. Tracciare il dominio di F .
2. Per quali $k \in \mathbb{R}$, se ne esistono, il campo è conservativo?
3. Per tali valori, se ne esistono, determinare tutti i potenziali.

Cognome.....Nome.....

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 2 Si consideri il seguente insieme:

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 4x^2 \leq z \leq 1 - 2x - 4y^2; y \geq 0; x \geq 0\}$$

1. Stabilire se esistono, e in tal caso determinarli, gli eventuali punti di minimo e massimo globali della funzione $f(x, y, z) = x^2 + y^2$ in $T' = T \cap \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = 0\}$.
2. Calcolare il volume di T .

Cognome.....Nome.....

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 3 Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = y^2(x) + \frac{y(x)}{x} \\ y(-1) = \alpha \end{cases}$$

1. Stabilire per quali valori del parametro reale α , se ve ne sono, il problema ha una ed una sola soluzione in un intorno del punto iniziale.
2. Se esistono, determinare le soluzioni nei casi $\alpha = 0$ e $\alpha = 1$.