

# Analisi Matematica II appello Settembre 2007

Cognome.....Nome.....

## GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

**Esercizio 1** Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{x + y^2(x)}{x + y(x)} \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

1. Stabilire se esistano valori di  $y_0 \in \mathbb{R}$  per i quali sia possibile applicare il teorema di esistenza ed unicit  in grande.
2. Per quali valori di  $y_0 \in \mathbb{R}$  esiste ed   unica la soluzione locale?
3. Sia  $y_0 = 1$ . Trovare, se possibile, un intorno di  $x_0 = 0$  in cui esiste ed   unica la soluzione locale.
4. Sia  $y_0 = 1$ . Tracciare il grafico locale della soluzione.

Cognome.....Nome.....

**GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA**

**Esercizio 2** Si consideri la funzione:

$$f(x, y) = e^{x^2-y^2} + e^{y^2-x^2} - x + y$$

1. Stabilire se la funzione è limitata in  $\mathbb{R}^2$ .
2. Stabilire se la funzione ha punti di minimo o massimo locali in  $\mathbb{R}^2$ .
3. Scrivere, se esiste, l'equazione della retta tangente in  $(0, 0)$  alla curva di livello di  $f$  passante per tale punto.

Cognome.....Nome.....

**GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA**

**Esercizio 3** Si consideri l'insieme  $T \subset \mathbb{R}^3$  definito dalle seguenti disegualianze:

$$x^2 + y^2 \leq 1, \quad 0 \leq z \leq 3, \quad z \leq 3 + x.$$

Stabilire se esiste l'integrale triplo

$$\iiint_T |x + y| \, dx \, dy \, dz$$

ed in caso affermativo calcolarlo.