

Analisi matematica II
appello straordinario– 12 novembre 2008

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Sia T il solido delimitato dalle disuguaglianze seguenti:

$$2x^2 + 2y^2 \leq z \leq 1 - 2x + 2y; \quad x \geq 0; \quad y \geq \frac{1}{2}$$

- a) Calcolare il volume di T .
- b) Calcolare, se esiste, il massimo di $f(x, y, z) = z$ in T .

Analisi matematica II
appello straordinario– 12 novembre 2008

COGNOME _____ NOME _____

Esercizio 2. Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{x + y(x)}{\sqrt{x - y(x)}} \\ y(0) = -4 \end{cases}$$

- a) Trovare un intervallo in cui esiste un'unica soluzione;
- b) Tracciare il grafico locale;
- c) Stabilire se sia possibile applicare il teorema di esistenza e unicità in grande;
- d) Risolvere il problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = P_1(x, y(x)) \\ y(0) = -4 \end{cases}$$

essendo $P_1(x, y)$ il polinomio di Taylor di ordine 1 di $f(x, y) = \frac{x + y}{\sqrt{x - y}}$ centrato in $(0, -4)$.

Analisi matematica II
appello straordinario– 12 novembre 2008

COGNOME _____ NOME _____

Esercizio 3. Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{x - y}$$

- a) Tracciare la curva di livello 1.;
- b) Stabilire se la funzione sia prolungabile per continuità in $(0, 0)$;
- c) Calcolare la derivata direzionale massima di f in $(1, 0)$;
- d) Trovare un minorante e un maggiorante per il seguente integrale:

$$\int \int_A f(x, y) dx dy$$

essendo $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 - 2x \leq 0; 0 \leq y \leq x - 1\}$.