

Analisi matematica II
Esame scritto – 11 giugno 2009

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Si consideri il seguente campo vettoriale:

$$F(x, y) = \left(\frac{y}{x^2 + y^2} - \frac{1}{x} + 1 \right) dx + \left(\frac{-x}{x^2 + y^2} + \frac{1}{y} - 1 \right) dy$$

- 1) Tracciare il dominio di F .
- 2) Stabilire se il campo é conservativo e, in tal caso, se ne trovino tutti i potenziali.
- 3) Calcolare, se esistono, i seguenti integrali curvilinei:

$$\int_{\gamma} F(x, y)$$

e

$$\int_{\eta} F(x, y)$$

essendo:

$$\gamma(t) = (t; t - 1)$$

con $t \in [\frac{1}{2}; 3]$

$$\eta(t) = (t; t^2 + 1)$$

con $t \in [1, 2]$

Analisi matematica II
Esame scritto – 11 giugno 2009

COGNOME _____ NOME _____

Esercizio 2. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x^2 y''(x) + 2xy'(x) - 2y(x) = x \\ y(-1) = 0, \quad y'(-1) = 1/3 \end{cases}$$

- a) calcolare l'integrale generale dell'equazione omogenea associata in un intorno del punto iniziale;
- b) calcolare una soluzione particolare dell'equazione completa in un intorno del punto iniziale;
- c) calcolare la soluzione del problema dato.

Analisi matematica II
Esame scritto – 11 giugno 2009

COGNOME _____ NOME _____

Esercizio 3. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{x^2 + y^2(x)}{\sqrt{x - y(x)}} \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

- 1) Studiare esistenza ed unicità locale della soluzione e dire se sia o no possibile applicare il teorema di esistenza in grande.
- 2) Tracciare il grafico locale della soluzione.
- 3) Trovare un intorno di $x_0 = 0$ in cui esiste la soluzione.