

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_

**N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.****Esercizio 1** Si consideri il seguente campo vettoriale:

$$F(x, y) = (\ln(y + 1) + ye^x + 1) dx + \left(\frac{x}{y + 1} + ae^x + 2\right) dy$$

- a) Per quali  $a \in \mathbf{R}$   $F$  è conservativo?
- b) Per tali valori di  $a$  si calcoli:  $\int_{\gamma} F$  essendo  $\gamma$  la curva di equazione, in coordinate polari,  $\rho = 2\theta^2$  con  $\theta \in [0, \frac{\pi}{4}]$ .
- c) Sia ora  $a = 0$ . Si calcoli:  $\int_{\gamma} F$  essendo  $\gamma(t) = (t, t^2)$  con  $t \in [0, 1]$ .

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_

**N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.**

**Esercizio 2** Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y_1'(x) = y_1(x) + 2y_2(x) \\ y_2'(x) = 2y_1(x) + k y_2(x) + 1 \\ y_1(0) = y_2(0) = 0 \end{cases}$$

- a) Al variare di  $k \in \mathbf{R}$  si tracci il grafico locale della seconda componente della soluzione.
- b) Sia  $k = 0$ . Scrivere una matrice fondamentale per il sistema differenziale omogeneo.
- c) Sia  $k = 0$ . Scrivere un'espressione esplicita analitica della soluzione del problema differenziale.

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_

**N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.**

**Esercizio 3** Sia  $T = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z \leq 1 - x^2 - y^2; 0 \leq x \leq y\}$ .

Calcolare il volume di  $T$ .