

Analisi Matematica II

appello luglio 2009

Cognome.....Nome.....

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 1 Si consideri il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = 2xy(x) + \frac{x \sin(x^2)}{y(x)} \\ y(0) = \alpha \end{cases}$$

- a) Studiare esistenza ed unicità della soluzione in un intorno del punto iniziale al variare del parametro reale α .
- b) Sia ora $\alpha = -1$. Calcolare, se esistono, le soluzioni o la soluzione.

Cognome.....Nome.....

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 2 Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = (x + y)|x - y + 1|$$

- a) Trovare, se esistono, i punti di minimo e massimo globali di f .
- b) Trovare, se esistono, i punti di minimo e massimo locali di f .
- c) Calcolare il seguente integrale:

$$\iint_A f(x, y) \, dx dy$$

essendo $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq x^2; -1 \leq x \leq 0\}$.

Cognome.....Nome.....

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 3 Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = \int_0^{x^2} \frac{e^{t^2} - 1}{t^\alpha} dt$$

- a) Per quali valori del parametro reale α la funzione f è definita in tutto \mathbb{R} ?
- b) Sia $\alpha = 1$. Sviluppare in serie di Mac Laurin la funzione f specificando il raggio di convergenza.
- c) Sia $\alpha = 1$. Calcolare, se esiste, $f^{(16)}(0)$.
- d) Sia $\alpha = 1$. Calcolare $f(1)$ a meno di 10^{-5} .