

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x, y) := \frac{|e^y - \cos y| \log(1 + xy)}{\sqrt{2x^2 + y^2}}$$

- a) determinarne l'insieme di definizione;
- b) stabilire se f è prolungabile per continuità in $(0, 0)$;
- c) in caso affermativo, stabilire se la funzione così prolungata è parzialmente derivabile in $(0, 0)$ ed esiste, nello stesso punto, la derivata nella direzione $(\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$;
- d) stabilire se la funzione è differenziabile in $(0, 0)$.

COGNOME _____ NOME _____

Esercizio 2. Sia T il solido limitato dalle disuguaglianze

$$x^2 + y^2 - 2x \leq 0, \quad z \geq 0, \quad x^2 + y^2 + z^2 - 4 \leq 0$$

Calcolare il volume di T

COGNOME _____ NOME _____

Esercizio 3. Studiare esistenza ed unicità della soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) = y'(x)/x + x \sin x, \\ y'(\pi/2) = 0, y(\pi/2) = \pi/2 \end{cases}$$

e calcolare, se esistono, la soluzione o le soluzioni.