

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_

**N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.**

**Esercizio 1.** Data la funzione

$$f(x, y) := \frac{|e^y - \cos y| \log(1 + xy)}{\sqrt{2x^2 + y^2}}$$

- a) determinarne l'insieme di definizione;
- b) stabilire se  $f$  è prolungabile per continuità in  $(0, 0)$ ;
- c) in caso affermativo, stabilire se la funzione così prolungata è parzialmente derivabile in  $(0, 0)$  ed esiste, nello stesso punto, la derivata nella direzione  $(\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$ ;
- d) stabilire se la funzione è differenziabile in  $(0, 0)$ .

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_

**Esercizio 2.** Sia  $T$  il solido limitato dalle disuguaglianze

$$x^2 + y^2 - 2x \leq 0, \quad z \geq 0, \quad x^2 + y^2 + z^2 - 4 \leq 0$$

Calcolare il volume di  $T$

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_

**Esercizio 3.** Studiare esistenza ed unicità della soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) = y'(x)/x + x \sin x, \\ y'(\pi/2) = 0, \quad y(\pi/2) = \pi/2 \end{cases}$$

e calcolare, se esistono, la soluzione o le soluzioni.