

Analisi Matematica II

appello settembre 2009

Cognome.....:Nome.....

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 1 Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y_1'(x) = y_1(x) + 2y_2(x) + e^{2x} \\ y_2'(x) = 2y_1(x) - 2y_2(x) + 1 \\ y_1(0) = y_2(0) = k \end{cases}$$

- Si tracci il grafico locale (in un intorno di $x_0 = 0$) della prima componente della soluzione al variare di $k \in \mathbb{R}$.
- Si trovi una matrice fondamentale per il sistema differenziale omogeneo.
- Sia $k = 0$. Trovare la soluzione del problema di Cauchy.

Cognome.....:Nome.....

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 2 Si consideri il seguente insieme:

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y \leq x\}$$

- a) Determinare le coordinate del baricentro di A .
- b) Determinare i volumi dei solidi ottenuti dalla rotazione completa dell' insieme A attorno agli assi coordinati.

Cognome.....:Nome.....

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 3 Data la superficie

$$S := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2 + 2y^2, 1 \leq z \leq 9\}$$

- a) stabilire se la superficie è regolare ed in caso affermativo calcolarne l'area;
- b) calcolare, se esiste, l'equazione del piano tangente alla superficie nel punto $(1, 1, 3)$;
- c) calcolare il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F} := (1, 0, 1)$ attraverso la superficie S , orientata in modo che il versore della normale formi un angolo acuto ($< \pi/2$) con il semiasse positivo delle z .