

Analisi matematica 2 B
prova scritta – luglio 2011

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{|x - y|^k (e^{x+y} - 1)}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) Per quali $k \in \mathbb{R}$ la funzione risulta differenziabile in $(0, 0)$?
- b) Sia $k = 0$. Determinare, se esistono, i punti di minimo e massimo globali della funzione in:
 $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$.
- c) Sia $k = 2$. Determinare un maggiorante, se esiste, del seguente integrale:

$$\iint_B f(x, y) \, dx dy$$

essendo $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$.

Analisi matematica 2 B
prova scritta – luglio 2011

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 2. Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) := \int_0^{2x} \frac{\sqrt{1 - \cos t}}{|t|} dt$$

- a) Determinare: dominio, insieme di continuità e insieme di derivabilità.
b) Stabilire se la funzione é invertibile in un intorno di $x_0 = 0$ e, se esiste, calcolare:

$$(f^{-1})'(0)$$

- c) Determinare, se esiste, un polinomio di primo grado $P(x)$ tale che:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - P(x)}{x} = 0$$

Analisi matematica 2 B
prova scritta – luglio 2011

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 3. Si consideri l'equazione:

$$y'(x) = |x|y(x) + \frac{x}{x^2 - 1}$$

- a) Studiare esistenza ed unicità della soluzione dell'equazione data tale che $y(x_0) = y_0$ al variare di x_0 e y_0 in \mathbb{R} . Precisare inoltre il dominio della soluzione.
- b) Sia $y(x)$ la soluzione tale che $y(0) = y_0$. Calcolare, se esiste, $y''(0)$ al variare di y_0 in \mathbb{R} .
- c) Sia $y(x)$ la soluzione tale che $y(-2) = 0$. Studiare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y(x)$$

- d) Esistono soluzioni $y(x)$ tali che:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y(x) \in \mathbb{R}$$