Analisi matematica 2B – Ingegneria Ch.Ei.Nv.

Esame scritto – 9 novembre 2011

COGNOME ________________________ NOME _____________________________

N.B. Giustificare ogni affermazione.

Esercizio 1. Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = \int_{-x^2}^{2x} \frac{1}{(2t-1)\sqrt[3]{t+1}}\, dt$$

1) Determinare il dominio di f.

2) Calcolare i limiti agli estremi del dominio di f e un intervallo in cui f risulta essere monotona.

3) Determinare l'ordine di infinitesimo di f in uno dei suoi zeri.

4) Studiare il segno di f nell'intervallo $(0\,;\,\frac{1}{4})$.

Analisi matematica 2B – Ingegneria Ch.Ei.Nv.

Esame scritto – 9 novembre 2011

COGNOME ________________________ NOME _____________________________

N.B. Giustificare ogni affermazione.

Esercizio 2. Si consideri la seguente funzione:

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - y^2}{|x| + |y|} & (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

1) Studiare continuitá e differenziabilitá della funzione.

2) Calcolare, se esiste, la derivata direzionale della funzione in $(0,0)$ lungo direzione e verso del vettore $v = (3/5, 4/5)$.

3) Calcolare il minimo e il massimo globale della funzione:

$$g(x,y) = (x+y)f(x,y)$$

in $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ 0 \leq y \leq 1; \ 0 \leq x \leq 2; \ x^2 + y^2 \geq 1\}$

Analisi matematica 2B – Ingegneria Ch.Ei.Nv.

Esame scritto – 9 novembre 2011

COGNOME ________________________ NOME _____________________________

N.B. Giustificare ogni affermazione.

Esercizio 3. Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{x e^{x^2+y^2(x)}}{y(x)}, \\ \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

1) Studiare esistenza ed unicità della soluzione.

2) Tracciare il grafico della soluzione in un intorno di $x_0 = 0$.

3) Trovare il dominio della soluzione e scriverne una espressione analitica esplicita.