

ANALISI MATEMATICA 1 - Prova scritta del 13-6-2014

Chimica Edile Elettrica Meccanica

COGNOME E NOME.....

Matricola:

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Sia $f(x) = \frac{|x|e^x - 1}{x}$.

- (a) [2 p.ti] Determinare il dominio I di f e calcolare i limiti di f agli estremi di I .
- (b) [3 p.ti] Determinare quanti sono gli zeri di f .
- (c) [3 p.ti] Studiare la monotonia di f .
- (d) [2 p.ti] Provare che f è invertibile in un intorno di $x_0 = 1/2$ e scrivere la retta tangente al grafico della funzione inversa in $(f(1/2), 1/2)$, se esiste.

ANALISI MATEMATICA 1 - Prova scritta del 13-6-2014

Chimica Edile Elettrica Meccanica

COGNOME E NOME.....

Matricola:

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 2. Si consideri la funzione:

$$f(x, y) = x^2 + kxy + y^4 + x$$

(a) [4 p.ti] È possibile determinare $k \in \mathbb{R}$ in modo tale che la funzione abbia in $P = (1, 3)$ un punto di minimo o di massimo locale?

(b) [2 p.ti] Sia $k = 0$. Stabilire se la funzione è limitata nell'insieme

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = x^2, -1 < x < 2\}.$$

(c) [4 p.ti] Sia $k = -1$. Studiare per quali valori positivi del parametro reale α la funzione:

$$g(x, y) = \frac{f(x, y)}{(x^2 + y^2)^\alpha}$$

è prolungabile per continuità in $(0, 0)$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Prova scritta del 13-6-2014

Chimica Edile Elettrica Meccanica

COGNOME E NOME.....

Matricola:

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 3. Per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$ si consideri la funzione $f_\alpha(x) = \log(1+x) + \alpha(\cos x - e^{\sin x})$.

(a) [p.ti 4] Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, determinare il primo termine non nullo dello sviluppo McLaurin di f_α .

(b) [p.ti 4] Stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ esiste finito l'integrale

$$\int_0^1 \frac{f_\alpha(x)}{x^{5/3}(\tan x)^\alpha} dx.$$

(c) [p.ti 2] Stabilire se esiste finito l'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{\log(1+x)}{x^{5/3}} dx.$$