

Analisi matematica 2B
appello scritto – 13 settembre 2013

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Giustificare ogni affermazione.

Esercizio 1. Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = a(x)y(x) + x + 1 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

1) Sia $a(x)$ una funzione derivabile in tutto l'asse reale e tale che $a(0) = 2$. Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{y(x) - x}{1 - \cos x}$$

2) Sia $a(x) = x$. Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$$

3) Sia $a(x) = 1/(x + 2)$. Trovare l'espressione esplicita della soluzione specificandone il dominio.

Analisi matematica 2B
appello scritto – 13 settembre 2013

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Giustificare ogni affermazione.

Esercizio 2. Si considerino le seguenti funzioni:

$$f(x, y) = x\sqrt{x^2 - \sin^2 y} - x^2$$

e

$$g(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & (x, y) \in \text{dom} f \\ 0 & (x, y) \notin \text{dom} f \end{cases}$$

- 1) Determinare e disegnare il dominio di f .
- 2) Studiare la differenziabilità di g in $(0, 0)$.
- 3) Calcolare $\iint_A f(x, y) \, dx dy$ essendo: $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : -2 \sin y \leq x \leq -\sin y; 0 \leq y \leq \pi\}$.

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Giustificare ogni affermazione.

Esercizio 3. Si considerino la seguente funzione:

$$f(x) = e^{-x} \int_k^x \frac{e^t - \cos t - |t|}{\sqrt[3]{(t - \arctan t)^2}} dt$$

- 1) Determinare il dominio di f al variare del parametro reale k .
- 2) Sia $k = 2$. Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

- 3) Sia $k = 2$. Studiare la convergenza del seguente integrale:

$$\int_2^{+\infty} f(x) dx$$