

Nome Cognome.....Corso di laurea in Ing. CIVILE
ESAME di GEOMETRIA - 13 gennaio 2005

Scrivere le risposte nelle apposite parentesi. Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta. Non verranno valutate le risposte prive di giustificazione.

1) Determinare un polinomio $P(x) \in \mathbb{R}[x]$ tale che $P(i) = 1 - i$, che abbia z_0 come radice,

$$z_0 = \frac{(1+i)^{15}(1-i)^{17}}{(-1-i)^{18}}.$$

[]

2) Sia

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & \lambda \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Determinare il numero di soluzioni del sistema lineare $A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$.

3) Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la trasformazione lineare associata mediante le basi canoniche alla matrice A del problema precedente.

a) Determinare, al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$, equazioni cartesiane per il sottospazio $\text{Im } f$.

[]

b) Determinare per quali $\lambda \in \{-1, 1\}$, A è diagonalizzabile.

[]

4) Determinare che tipo di conica è

$$x^2 - 4xy + y^2 - 2x + 4y = \lambda$$

al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$.

[]

5) Determinare una forma canonica per la conica

$$x^2 - 4xy + y^2 - 2x + 4y = 0.$$

[]

6) Dati i piani

$$\alpha : x + y - z = 0$$

$$\beta : x - 4y + 2z = 1$$

a) trovare l'equazione di un piano passante per l'origine e ortogonale alla retta $\alpha \cap \beta$;

[]

b) determinare il luogo dei punti equidistanti dai piani α e β .

[]