Scrivere le risposte nelle apposite parentesi. Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta. Non verranno valutate le risposte prive di giustificazione.

1) Determinare un polinomio  $P(x) \in \mathbb{C}[x]$  tale che P(-1+i)=i, P(1)=2, e che abbia  $e^{z_0}$  come radice,

$$z_0 = \frac{\pi (1-i)^{12} (1+i)^{20}}{2^{16} i}.$$

**2)** Sia

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & \lambda & \lambda \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

Determinare il numero di soluzioni del sistema linare  $A\begin{bmatrix}x\\y\\z\\t\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\lambda\\-1\\0\end{bmatrix}$  al variare di  $\lambda\in\mathbb{R}.$ 

3) Sia  $f: \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$  la trasformazione lineare associata mediante le basi canoniche alla matrice A del problema precedente.

Determinare, per  $\lambda=1$  e per  $\lambda=0$ , equazioni cartesiane, parametriche e una base per il sottospazio Ker f.

## 

4) Determinare che tipo di conica è

$$x^2 - 4xy + 4y^2 - 2x + 4y = \lambda$$

al variare di  $\lambda \in \mathbb{R},$ e per  $\lambda = 0$  determinar<br/>ne una forma canonica.

5) Sia r la retta passante per i punti (1,1,0) e (0,0,1). Dato il piano

$$\alpha: x + 2y - z = 1$$

trovare equazioni parametriche o cartesiane per la retta simmetrica di r rispetto ad  $\alpha$ .

]