

Nome Cognome.....

ESAME di GEOMETRIA - 12.1.06 - Foglio 1

Scrivere le risposte nelle apposite parentesi. Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta. Non verranno valutate le risposte prive di giustificazione.

A) 1) Determinare modulo e argomento del numero complesso $z = \left(\frac{1}{2}(1 - i\sqrt{3})\right)^{2006}$.

[]

infatti ...

2) Determinare un polinomio $P(x) \in \mathbb{R}[x]$ di grado minimo tale che $P(z) = 0$ e $P(0) = 0$.

[]

infatti ...

B) Determinare se la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile. []

infatti ...

C) Sia $\lambda \in \mathbb{R}$. Dato il sistema lineare

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & \lambda + 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ \lambda - 1 & 2\lambda & -(\lambda + 1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 2\lambda \end{pmatrix}$$

sia A la matrice incompleta del sistema e B la matrice completa.

1) Determinare i valori di λ per cui $\rho(A) = 3$. []
infatti ...

2) Discutere, al variare di λ il numero di soluzioni del sistema.
[]
infatti ...

Nome Cognome.....

ESAME di GEOMETRIA - 12.1.06 - Foglio 2

D) Sia $\lambda \in \mathbb{R}$ e siano date le coniche di equazioni cartesiane

$$C(\lambda) : x^2 + 4\lambda xy + 4y^2 - \lambda = 0.$$

1) Determinare al variare di λ che tipo di conica è $C(\lambda)$.

[]

infatti ...

2) Per $\lambda = 2$ trovare una forma canonica per la conica $C(2)$.

[]

infatti ...

E) Sia $\lambda \in \mathbb{R}$ e sia dato il fascio di piani $\pi(\lambda) : \lambda x + 2y + z + \lambda = 0$.

1) Trovare il piano α appartenente al fascio $\pi(\lambda)$, e perpendicolare alla retta

$$r : x - 2y = z = 0.$$

infatti ... []

2) Trovare la proiezione ortogonale del punto $(1,1,1)$ sul piano α . []
infatti ...