

Cognome..... Nome

Esame di GEOMETRIA per Ing. Civile - 17 gennaio 2008

Scrivere le risposte nelle apposite parentesi quadrate. Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta.

Sia data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & \lambda & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

1) Determinare quante soluzioni ha il seguente sistema lineare al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$:

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda + 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

2) Per $\lambda = -2$ la matrice A è diagonalizzabile? Se lo è, determinare una matrice diagonale simile ad A .

3) Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la trasformazione lineare associata alla matrice A mediante le basi canoniche. Determinare i valori di λ per i quali il vettore $(2, -1, -3)$ appartiene a $\text{Ker} f$.

4) Per $\lambda = -2$ determinare la matrice M_f^{BK} associata ad f mediante la base $B = ((1, 1, 0), (1, -2, 0), (0, 0, 2))$ e la base canonica K .

5) Dare la definizione di autovalore di f .

6) Trovare un polinomio $P(x)$ a coefficienti reali tale che $P(2 - i) = 0$ e $P(1) = -1$.

Sul piano $z = 0$ sia data la conica

$$Q: x^2 + 4\lambda y^2 + 4xy + 2x + 4y = 0$$

1) Determinare che tipo di conica è.

[

]

2) Determinare la retta r passante per l'origine e per il punto $(0, 1, 1)$.

[

]

3) Trovare la retta s proiezione ortogonale di r sul piano $z = 0$.

[

]

4) Per $\lambda = 2$ trovare una forma canonica per la quadrica Q .

[

]