Scrivere le risposte nelle apposite parentesi. Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta. Non verranno valutate le risposte prive di giustificazione.

1) Sia $\lambda \in \mathbb{R}$. Sia dato il sistema lineare
$$\begin{cases} x + 2y - z = \lambda - 1 \\ -x + 2y + z = 0 \\ \lambda x + 2\lambda y - z = \lambda - 1 \end{cases} .$$

Determinare il numero di soluzioni del sistema al variare di λ .

[]

2) Per $\lambda = 1$ trovare UNA soluzione del sistema.

[]

3) Per $\lambda = 1$ sia V il sottospazio di $\mathbb{R}^3$ costituito dalle soluzioni del sistema dell'esercizio 1). Trovare una base B per V .

[]

4) Trovare la matrice M_f^K di una trasformazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ che abbia come immagine il piano $x = y$.

[]

5) Stabilire se le matrici $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ sono diagonalizzabili.

[]

6) Se B è diagonalizzabile, trovare una matrice diagonale Δ e una matrice invertibile P tali che $\Delta = P^{-1}BP$.

[]

7) Determinare modulo e argomento del numero complesso $\left(\frac{1+i}{i^7\sqrt{2}}\right)^{115}$.

[]

8) Trovare una forma canonica per la conica $C : 2x^2 + 2xy + 2y^2 + y = 0$.

[]

9) Trovare la distanza del punto di coordinate $(1, 3, 0)$ dal piano $x + 2y - z = 0$

[]

10) Scrivere la definizione di nucleo di una trasformazione lineare.

[]