

RISPOSTE

Esame di Geometria - febbraio 2013

Rispondere alle seguenti domande su questo foglio **usando gli appositi spazi in parentesi quadrata**. Giustificare brevemente ma esaurientemente tutte le risposte. Non verranno valutate risposte prive di giustificazione.

Si consideri la trasformazione lineare $\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da

$$\varphi(1, 0, 0) = (0, 1, 0)$$

$$\varphi(0, 1, 1) = (1, 1, 0)$$

$$\varphi(0, 0, 1) = (1, 0, 0)$$

1) Determinare $\varphi(0, 3, 1)$. [(1, 3, 0)]

2) Trovare la matrice M_φ^K associata a φ mediante la base canonica.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3) $B = \{(0, 1, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0)\}$ è una base di \mathbb{R}^3 ?

[SI]

4) Se la risposta alla domanda precedente è positiva, trovare la matrice M_φ^B associata a φ mediante la base B .

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

5) Trovare il polinomio caratteristico della matrice $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

$$[P(\lambda) = -\lambda(\lambda^2 - \lambda + 1)]$$

6) Stabilire se la matrice A dell'esercizio 5) è diagonalizzabile.

[no]

7) Nel piano, trovare un'equazione cartesiana per una circonferenza tangente alla retta $r: x = 8$, all'asse y e passante per il punto $(1, 0)$.

$$[(x - 4)^2 + (y - \sqrt{7})^2 = 16]$$

8) Nello spazio, trovare il punto P dell'asse x la cui proiezione ortogonale sulla retta $r: x + y = z - 1 = 0$ abbia coordinate $(1, -1, 1)$.

$$[P = (2, 0, 0)]$$

9) Determinare una forma canonica per la conica $x^2 + y^2 - 2xy - 6 = 0$.

$$[X^2 - 3 = 0]$$

10) Enunciare il teorema di Rouché-Capelli.

[]