**Nome:** **Cognome:**

## Esame di Geometria. Settembre 2014

**Scrivere le risposte nelle apposite parentesi. Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta. Non verranno valutate le risposte prive di giustificazione.**

1) Determinare due polinomi non nulli di grado minimo $P(X) \in \mathbb{R}[X]$ e $Q(X) \in \mathbb{C}[X]$ aventi $z = i$ fra le radici.

[ ]

2) Classificare le seguenti coniche al variare di $h \in \mathbb{R}$: $x^2 + 2hxy + 4y^2 + 1 = 0$.

[ ]

3) Determinare un vettore geometrico non nullo ortogonale sia a $(1, 1, 1)$ che a $(1, 2, 3)$.

[ ]

4) Trovare la distanza del punto (1,-2,-3) dal piano $y = 0$.

[ ]

5) Trovare modulo e argomento di $(1 + i)^{22}$.

[ ]

6) Studiare, al variare di $h \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni del seguente sistema:

$$\begin{pmatrix} 1 & h+3 & 2 \\ 1 & 2 & h+3 \\ 1 & -h+1 & 2h+4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

[ ]

7) Trovare una base del sottospazio $L\left((1, 1, 1), (4, 2, 1), (0, 0, 0), (3, 3, 3), (5, 3, 2)\right) \subset \mathbb{R}^3$.

[ ]

8) Sia $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ definita da $f(x, y, z) = (x + 2z, y - z, y - z)$. Trovare una base per il nucleo di $f$.

[ ]

9) Determinare se la matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile.

[ ]

10) Sia $\lambda$ un autovalore per l'endomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$. Definire cosa si intende per autospazio relativo a $\lambda$.

[ ]