

Nome:

Cognome:

Esame di Geometria. Febbraio 2016 civili (A)

Scrivere le risposte nelle apposite parentesi. Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta. Non verranno valutate le risposte prive di giustificazione.

1) Determinare un polinomio $P(X) \in \mathbb{R}[X]$ avente $z = i - 2$ come radice e tale che $P(i) = 1 + i$. []

2) Per quali valori di $h \in \mathbb{R}$ la conica $x^2 + 2hxy + 6y^2 - 2x + 1 = 0$ e' una parabola? e per quali e' una coppia di rette distinte?
[parabola: ; rette distinte:]

3) Trovare la distanza del punto $(1,1,1)$ dalla retta passante per i punti $(1,0,0)$ e $(2,1,-1)$. []

4) Determinare una base per il seguente sottospazio di \mathbb{R}^4 :
 $W = \{(x, y, z, t) \mid x + y - 2z = y - 3z = 0\}$. []

5) Studiare, al variare di $h \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni del seguente sistema:

$$\begin{pmatrix} h^2 - 2 & h + 4 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 4 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ h \\ 0 \end{pmatrix}$$

[]
6) Sia A la matrice dei coefficienti del sistema dell'esercizio 5). Per $h = 2$, A e' diagonalizzabile? Se lo e', determinare una matrice diagonale simile ad A .
[]

7) Definire una trasformazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tale che $Im f = \{x + y + z = 0\}$. []

8) Definire una trasformazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ che abbia 1 come autovalore. []

9) Scrivere un vettore geometrico $w \in \mathbb{R}^3$ parallelo alla retta $\{x + 2z = y + 1 = 0\}$. []

10) Sia $f : V \rightarrow W$ una trasformazione lineare fra due spazi vettoriali. Provare che se f e' iniettiva, allora $Ker f = 0_V$. []