Nome: **Cognome:**

Esame di Geometria. Febbraio 2016 (a)

Scrivere le risposte nelle apposite parentesi. Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta. Non verranno valutate le risposte prive di giustificazione.

1) Determinare un polinomio $P(X) \in \mathbb{R}[X]$ avente $z = 1 + i^{231}$ come radice e tale che $P(1) = 2$. [ ]

2) Per quali valori di $h \in \mathbb{R}$ la conica $x^2 + 2hxy + 2y^2 + 2hy = 0$ e' una ellisse? e per quali e' una coppia di rette distinte?.

[ellisse: ; rette distinte:]

3) Trovare la distanza del piano $x+y=0$ dalla retta passante per i punti (1,1.0) e (2,0,-1).

[ ]

4) Determinare una base per il seguente sottospazio di $\mathbb{R}^3$:

$W = \{(x,y,z) \mid x+y-z = y-4z = 0\}$.

[ ]

5) Studiare, al variare di $h \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni del seguente sistema lineare:

$$\begin{pmatrix} h^2-1 & h+1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ h \\ 0 \end{pmatrix}$$

[ ]

6) Sia A la matrice dei coefficienti del sistema dell'esercizio 5). Per $h = -1$, A e' diagonalizzabile? Se lo e', determinare una matrice diagonale simile ad A.

[ ]

7) Definire una trasformazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ tale che $Ker f = \{x - y + z = 0\}$.

[ ]

8) Definire una trasformazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ che abbia 2 come autovalore.

[ ] 9)

Scrivere un vettore geometrico $w \in \mathbb{R}^3$ parallelo al piano $\{x - y + 2 = 0\}$.

[ ]

10) Siano $v_1, ..., v_n$ vettori di uno spazio vettoriale V su un capo k. Completare la seguente frase:

[$v_1, ..., v_n$ sono linearmente indipendenti se e solo se ....

]