Nome......................... Cognome....................................

GENNAIO 2016 - PROVA di GEOMETRIA-Ing.Nautica a

Scrivere le risposte nelle apposite parentesi. Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta. Non verranno valutate le risposte prive di giustificazione.

1) Determinare un polinomio $P(x) \in \mathbb{R}[x]$ di grado positivo tale che $P(\alpha) = 0$, ove $\alpha = i^{21} + (-1-i)^2$.

[ ]

Sia $h \in \mathbb{R}$ e siano date le matrici: $A = \begin{bmatrix} h & 2 & h+2 & 0 \\ -1 & 3 & h+2 & -2 \\ 0 & 2 & h^2-4 & 0 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} h & h+2 & 0 \\ -1 & h+2 & -2 \\ 0 & h^2-4 & 0 \end{bmatrix}$.

2) Trovare al variare di h il numero di soluzioni del sistema lineare $A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ h \\ 0 \end{bmatrix}$.

[ ]

3) Per $h = 0$ determinare una base per il sottospazio $W \subset \mathbb{R}^4$, formato dalle soluzioni del sistema lineare dell'esercizio 2). [ ]

4) Per $h = 0$, determinare, se possibile, B^{-1}. [$\begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$]

5) Per $h = -2$, determinare, se possibile, una matrice diagonale simile ad B. [$\begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$]

6) Sia B la matrice associata ad un endomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mediante le basi canoniche. Determinare una base di Imf per $h = 3$ e per $h = -2$. [ ]

7) Sia f come nell'esercizio 6). Trovare, se esistono, un vettore $v \in \mathbb{R}^3$ e un valore di h tali che $f(v) = (2, 2, 2)$.

[ ]

8) Trovare la distanza del punto (1,-2,2) dal piano $x - 2y = 0$. [ ]

9) Trovare una forma canonica per la conica $x^2 - 6xy + 6x - y = 0$. [ ]

10) Sia $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ un endomorfismo. Scrivere la definizione di autovalore di f.

[ ]